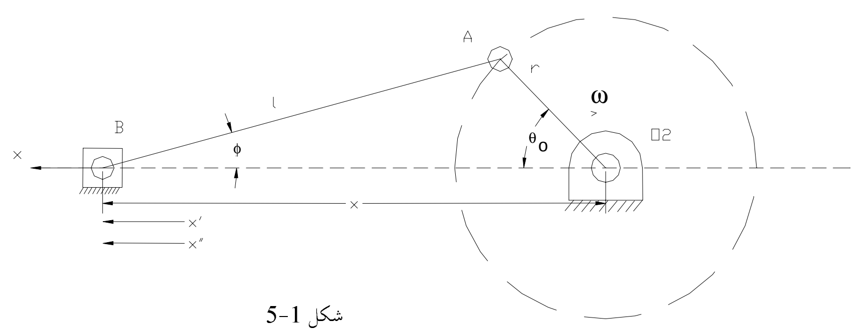
دینامیک مکانیزم موتور با عمل مستقیم

5-1- مقدمه :

مکانیزم حرکت رفت و برگشتی یکی از مکانیزمهای معمولی جهت تبدیل حرکت دورانی به حرکت رفت و برگشتی و برعکس می باشد. در موتورهای احتراق داخلی ، ماشین بخار و غیره ، حرکت رفت و برگشتی پیستون به حرکت دورانی میل لنگ و در کمپرسورهای رفت و برگشتی و دستگاه پانچ حرکت دورانی میل لنگ به حرکت رفت و برگشتی پیستون یا دستگاه پانچ تبدیل می‌شود. در ابتدا به بررسی تغییرمکان ، سرعت و شتاب پیستون می پردازیم.

5-2- تغییرمکان ، سرعت و شتاب پیستون :

در شکل (5-1) ، O_2B نمایانگر لنگ و AB شاتون یک موتور را نشان می دهد. نقطهٔ A موقعیت پیستون را وقتی که لنگ به اندازهٔ زاویهٔ θ چرخیده است نشان می دهد.



شکل 5-1

دراین لحظه،X نشان دهندهٔ مسافت پیستون از مرکز میل لنگ ، O_2 ، می باشد. اولین خواسته مورد نظر محاسبهٔ وضعیت پیستون X ، سرعت آن $\dot{X}$ و شتاب آن $\ddot{X}$ برحسب توابع θ ، مشتق θ نسبت به زمان و ابعاد مکانیزم است.

فرض کنید:

شعاع لنگ O_2 A:	**r**
طول شاتون :	**L = AB**
نسبت کمتر از واحد در کلیهٔ مسائل عملی:	$\lambda = r / L$

کورس پیستون: **S=2r**

زاویهٔ شاتون با امتداد کورس پیستون درلحظه مورد نظر: ϕ

با استفاده از شکل (1-5) داریم :

$$X = L\cos\phi + r\cos\theta \qquad (1\text{-}5)$$

$$L\sin\phi = \lambda\sin\theta$$

$$\sin\phi = \lambda\sin\theta$$

$$\cos\phi = \sqrt{L - \lambda^2\sin^2\theta} \qquad (5\text{-}2)$$

با جایگزینی (2-5) در (1-5) ، خواهیم داشت :

$$X = L\left(1-\lambda^2\sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}} + r\cos\theta \qquad (5\text{-}3)$$

$$\frac{X}{r} = \cos\theta + \frac{L}{\lambda}\left(1-\lambda^2\sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \cos\theta + \frac{L}{\lambda}\left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\sin^2\theta - \frac{\lambda^4}{8}\sin^4\theta - \frac{\lambda^6}{16}\sin^6\theta - \ldots\right) \qquad (5\text{-}4)$$

اما :

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \quad \text{و} \quad \cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

بنابراین :

$$\sin^4\theta = \frac{1}{16}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right) = \frac{1}{16}\left[\left(e^{4i\theta} - e^{-4i\theta}\right) - 4\left(e^{2i\theta} - e^{-2i\theta}\right) + 6\right]$$

$$= \frac{\cos 4\theta}{8} - \frac{\cos 2\theta}{2} + \frac{3}{8}$$

و به همین طریق :

$$\sin^6\theta = -\frac{1}{32}\cos 6\theta + \frac{3}{16}\cos 4\theta - \frac{15}{32}\cos 2\theta + \frac{5}{16}$$

با استفاده از روابط فوق ، معادلهٔ (4-5) بصورت زیر نوشته می شود :

$$\frac{X}{r} = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} - \frac{3\lambda^3}{64} - \frac{5\lambda^5}{256} - \ldots\right) + \cos\theta + \cos 2\theta\left(\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda^3}{16} + \frac{15\lambda^5}{512} + \ldots\right)$$

(5-5)

$$-\cos 4\theta\left(\frac{\lambda^3}{64} + \frac{3\lambda^5}{256} + \ldots\right) + \cos 6\theta\left(\frac{\lambda^5}{512} + \ldots\right) - \ldots$$

با مشتق گرفتن عبارت فوق نسبت به زمان ، خواهیم داشت :

$$\frac{\ddot{x}}{r} = \dot{\theta}\left[-\sin\theta - 2\sin 2\theta\left(\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda^3}{16} + \frac{15\lambda^5}{512} + \ldots\right) + \right.$$

$$\left. + 4\sin 4\theta\left(\frac{\lambda^3}{64} + \frac{3\lambda^5}{256} + \ldots\right) - 6\sin 6\theta\left(\frac{\lambda^5}{512} + \ldots\right) + \ldots\right] \qquad (5\text{-}6)$$

مشتق مجدد (6-5) نسبت به زمان خواهد بود.

$$-\frac{\ddot{x}}{r} = \dot{\theta}^2\left(\cos\theta + A_2\cos 2\theta - A_4\cos 4\theta + A_6\cos 6\theta - \ldots\right)$$

$$+\ddot{\theta}\left(\sin\theta + \frac{A_2}{2}\sin 2\theta - \frac{A_4}{4}\sin 4\theta + \frac{A_6}{6}\sin 6\theta - \ldots\right)$$

که از آنجا :

$\ddot{\theta}$: شتاب زاویه ای لنگ

$\dot{\theta}$: سرعت زاویه ای لنگ

$$A_2 = \lambda + \frac{1\lambda^3}{4} + \frac{15\lambda^5}{128} + \ldots$$

$$A_4 = \frac{1\lambda^3}{4} + \frac{3\lambda^5}{16} + \ldots$$

$$A_6 = \frac{9\lambda^5}{28} + \ldots$$

چنانچه موتور با سرعت زاویه ای ثابت دوران کند(تقریباً هم همینطور است بخاطر وجود فلایول) ، $\ddot{\theta}$ تقریباً صفر فرض مـی شود (اگر ω ثابت باشد)و $\ddot{\theta} \approx 0$ در طول تمام سیکل. بنابراین با این فرض که $\dot{\theta} = \omega$ و $\ddot{\theta} = 0$ معادله (5-6) بصورت زیر نوشته می شود.

$$-\frac{\ddot{x}}{r} = \omega^2\left(\cos\theta + A_2\cos 2\theta - A_4\cos 4\theta + A_6\cos 6\theta - ...\right)$$

هنگامیکه $\lambda << 1$ ، با حذف ترمهایی که شامل λ^3 یا توان بیشتر باشند ، می توانیم بنویسیم :

(5-8)

$$\dot{x} = -\omega r\left(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta\right)$$

(5-9)

$$\ddot{x} = -\omega^2 r\left(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta\right)$$

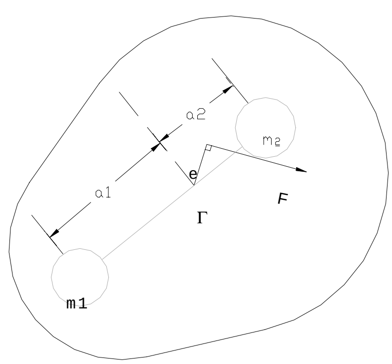
معادلات (5-8) و (5-9) در سراسر این فصل بکار خواهد رفت ، (5-7) در فصل 7 مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

5-3- گشتاور محرک میل لنگ و رسم دیاگرام مربوطه

در این قسمت ، معادله ای که نمایانگر گشتاور تولید شده میل لنگ باشد و تابعی از زاویه دوران باشد بدسـت خـواهیم آورد. فشار گاز یا بخار برای زوایای مختلف میل- لنگ در طول یک سیکل از دیاگرام اندیکاتوری موتور بدست خواهـد آمـد. برای سادگی آنالیز ، از نیروهای اصطکاک صرفنظر شده و عضو شاتون را بوسیله لینکی که از نظر دینامیکی معـادل آن باشـد جایگزین می کنیم.

معادل دینامیکی لینک "Dynamically- equivalent link"

شکل (5-2) جسم صلبی را نشان می دهد که جرم آن برابر با m و مرکز ثقلش در نقطه G می‌باشد. این جسـم تحـت تأثیر نیروی F (همانطور که در شکل نشان داده شده) و نمایانگر تمام نیروها و گشتاور خارجی اعمالی بجسم در صفحه کاغذ است می باشد.



(شکل5-2)

بخاطر این نیروی F ،حرکت جسم بوسیله معادلات زیر مشخص می شود.

(i) شتاب CG (یعنی مرکز ثقل جسم نقطه G):

$$a = \frac{F}{m} \qquad (5\text{-}10)$$

(ii) شتاب زاویه ای جسم:

$$\alpha = \frac{Fe}{J} \qquad (5\text{-}11)$$

که از آنجا :

فاصله عمودی F از G: **<u>e</u>**

ممان اینرسی جسم حول محوری که از نقطه G گذشته و بر صفحه کاغذ عمود است را j فرض می کنیم

جهت α همان جهتی است که گشتاور Fe حول نقطه G خواهد بود.

ما می خواهیم بجای این میله صلب از یک میله بدون وزنی که در دو انتهای آن جرم های m_1 و m_2 قرار گرفته و از نظر دینامیکی معادل آن می باشد استفاده کنیم. منظور از" دینامیکی معادل ، اینست که این لینک هنگامی که تحت تأثیر نیروی F قرار گرفت همان حرکتی خواهد داشت که میله صلب در اثر اعمال نیروی F پیدا خواهد کرد. یعنی مرکز ثقل میله معادل همان شتاب a و شتاب زاویه α را خواهد داشت.

چنانچه سه رابطه زیر برقرار باشد دو جسم از نظر دینامیکی معادل خواهند بود.

$$m_1 + m_2 = m \qquad (5\text{-}12)$$

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \qquad (5\text{-}13)$$

$$m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 = J \qquad (5\text{-}14)$$

3 رابطه بالا دارای چهار مجهول a_1 و a_2 ، m_1 و m_2 بوده که یکی از پارامترهای مجهول را مـی‌بایسـتی انتخـاب کنیم تا بقیه مجهولات محاسبه شوند. چنانچه برای مثال پارامترهای a_1 و a_2 را انتخاب کنـیم کلیـه معـادلات را رعایـت ننموده ایم.

عبارت تقریبی گشتاور پیچشی میل لنگ

"Approximate Expression for Turning Moment "

برای محاسبه گشتاور اعمالی به میل لنگ از میله بدون وزنی که دو وزنه در دو انتهای آن قرار گرفته است جایگزین شاتون خواهد گردید. بخاطر اینکه پارامترهای a_1 و a_2 را معلوم فرض نموده‌ایم معادلات (5-12) تا (5-14) رعایت نخواهد شد. با فرض اینکه:

"جرم در انتهای پیستون (معروف بانتهای کوچک) = m_1"

"جرم در انتهای لنگ (معروف بانتهای بزرگ) = m_2"

بنابراین m_1 تنها حرکت رفت و برگشتی داشته و m_2 تنها حرکت دورانی خواهد داشت. جرم‌های m_1 و m_2 طوری انتخاب می شود که معادلات (5-12) و (5-13) رعایت شده باشد.

(5-15)

$$m_1 + m_2 = m_c$$

(5-16)

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

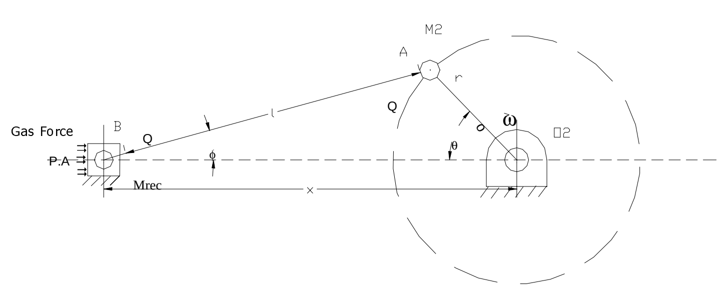
که از آنجا می توان گفت:

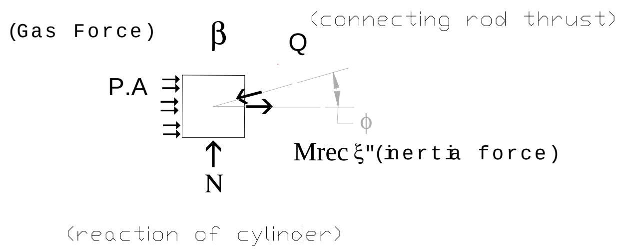
$m_c = \text{Mass of Connecting rod}$ **(جرم شاتون)**

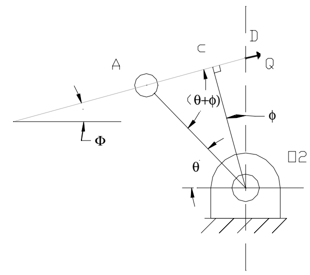
a_1 **فاصله مرکز ثقل تا انتهای کوچک**

a_2 **فاصله مرکز ثقل تا انتهای بزرگ**

عبارت پیچشی گشتاور ، که با این میله بدون وزن بدست خواهد آمد تقریبی بوده است چون معادله (5-14) رعایت نشده است. بنابراین عبارت حاصل را بایستی تصحیح نمود که در قسمت (5-3) توضیح داده خواهد شد. با در نظر گرفتن یک موتور افقی (شکل 5-3) که در آن:







(شکل 5-3)

فشار موتور گاز بر روی پیستون ، بر حسب $\frac{kg}{cm^2}$ ، هنگامی که لنگ باندازه θ چرخیده	P
سطح پیستون بر حسب cm^2	A

هدف پیدا کردن گشتاور محورک میل لنگ در این وضعیت می باشد

وزن قسمت هایی که حرکت رفت و برگشتی دارند (نظیر پیستون)	W_{rec}
باضافه وزن $m_1 g$ شاتون در انتهای کوچک	
طول لنگ و شاتون بترتیب	r, L
زاویه شاتون با امتداد کورس پیستون	ϕ
نیروی شاتون بر حسب **kg** که در امتداد شاتون خواهد بود.	**Q**
سرعت زاویه ای لنگ	ω

با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد پیستون (شکل **5-3**) همراه با نیروی اینرسی $\lambda = \frac{r}{L}$ ، $\frac{w_{rec}}{g}\ddot{x}$ که از آنجا :

واز (**5-9**)

$$\ddot{x} = -\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)$$

و چون $\Sigma F_x = 0$ ، خواهیم داشت :

$$PA + \frac{Wrec}{g}\ddot{x} = Q\cos\phi$$

$$Q = \frac{PA + \frac{Wrec}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)}{\cos\phi}$$

ممان تولیدی بوسیله نیروی **Q** حول محور دوران خواهد بود.

$$M = Q.O_2C$$

که از آنجا O_2C خط عمود بر شاتون از نقطه O_2 می باشد. از شکل **5-3** نتیجه می شود :

$$O_2C = O_2B\sin(\theta+\phi) = r\sin(\theta+\phi) \quad (5\text{-}18)$$

بایستی اشاره کرد که نیروی گریز از مرکز مربوط به m_2 و جرم لنگ نمی- توانند هچگونه گشتاوری حول نقطـه O_2 تولید کنند.

در حالتی که موتور عمودی باشد ، W_{rec} نیز بایستی در معادله (**5-17**) مورد نظر قرار داد. بنابراین ، وقتی که **x** بطرف بالا منظور شود (یعنی سیلندر بالای میل لنگ قرار گرفته باشد) ، داریم :

$$Q = \frac{PA - m_{rec}\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)}{\cos\phi} \quad (5\text{-}17a)$$

و

$$M = \frac{PA + W_{rec} - \frac{W_{rec}}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)}{\cos\phi} r\sin(\theta+\phi) \quad (5\text{-}18)$$

فرم دیگری از معادله (**5-18**) بطریق زیر بدست می آید. چنانچه O_2D عمود بر خط کورس پیستون باشد ، داریم

$$O_2D = \frac{O_2C}{\cos\phi}$$

از (**5-18**) داریم :

$$M = \left[PA - \frac{W_{rec}}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)\right]O_2D$$

با بکار بردن اصل کار مجازی ، بسادگی می توان نشان داد که :

$$O_2D = -\frac{\dot{x}}{\omega}$$

(اثبات آن بعنوان تمرین بعهده خواننده است). با بکار بردن معادله (**5-8**) نتیجه می شود :

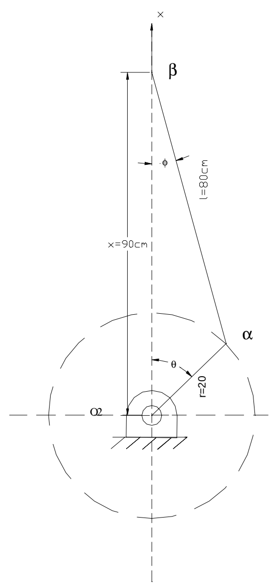
(**5-19**)

$$M = \left[PA - \frac{W_{rec}}{g}.\omega^2 r(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta)\right]r\left(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta\right)$$

بنابراین ، گشتاور اعمالی به میل لنگ برای هر مقدار از زاویه θ را می توان تقریباً از یکی از روابط (**5-18**) یا (**5-19**) را بدست آورد مشروط بر آنکه فشار مؤثر گاز را در آن لحظه داشته باشیم.

مسئله 5-1 : **یک موتور تک سیلندر عمودی با قطر پیستون 30/5cm ، کورس پیستون 40cm و طـول شـاتون 80cm همانگونه که در شکل 4-5 نشان داده شده موجود می باشد. وزن قسمت‌هایی که حرکت رفت و برگشتی دارنـد 135kg مـی باشد. وقتی که پیستون در فاصله $\frac{L}{4}$ کورس آن بوده و بطرف پایین حرکت می کند فشار مؤثر گاز $6/35\,\frac{kg}{cm^2}$ می باشـد. چنانچه سرعت موتور 250r.p.m باشد گشتاور اعمالی به میل لنگ را در آن لحظه نشان داده شده در شکل محاسبه کنید.**

حل :



$$S = 2r = 40cm\,,\ L = 80cm$$

قطر سیلندر $d = 30.5cm$

$$r = 20cm, \lambda = \frac{r}{l} = 0.25$$

$$W_{rec} = 135kg, P = 6.35\frac{kg}{cm^2}$$

$$A = \pi\frac{d^2}{4} = \frac{\pi}{4}(30.5)^2 = 730cm^2$$

$$N = 250r.p.m.$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = 26.2\frac{rad}{sec}$$

در $\frac{1}{4}$ **کورس**

$$x = L + r - \frac{s}{4} = L + \frac{r}{2} = 90cm$$

از معادلات (5-1) و (5-2) ، داریم :

$$x = L\cos\phi + r\cos\theta = 90cm \qquad \textbf{(a)}$$

(b)

$$\cos\phi = \left(1 - \lambda^2\sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 - 0.625\sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}}$$

مقادیر θ و ϕ از رابط (a) و (b) یا از اینکه بطور ترسیمی از شکل 4-5 بدست خواهد آمد.

$$\theta = 55^\circ, \phi = 12^\circ$$

$$\cos\theta = 0.574, \cos\phi = -0.342$$

$$\sin(\theta+\phi) = 0.92, \cos\phi = 0.978$$

بنابراین چون موتور عمودی است با استفاده از معادله (**5-17b**) داریم :

$$M = \frac{0.35\times730+135-\frac{135}{9.81}\times0.2(26.2)^2(0.574-0.25\times0.342)}{0.978}\times0.2\times0.92$$

$$= 9.8\text{kg}-\text{m}$$

ضریب تصحیح برای گشتاور پیچشی

همانطوریکه قبلاً نیز توضیح داده شد ضریب تصحیحی جهت معادلات (**18-5**) و (**19-5**) بایستی منظور نمود زیرا ممان اینرسی میله بدون وزن (که جانشین شاتون گردیده است) ممان اینرسی واقعی شاتون حول محـوری کـه از مرکـز ثقـل آن گذشته نمی باشد. چنانچه ممان اینرسی واقعی شاتون حـول محـوری از مرکـز ثقـل آن $J_c = m_c k^2$ باشـد (**k** شـعاع ژیراسیون حول همان محور) ، ممان اینرسی میله معادل حول همان محور خواهد بود.

(**5-20**)

$$J_e = m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2$$

از معادلات (**15-5**) و (**16-5**) داریم :

$$m_1 = \frac{m_c a_2}{a_1 + a_2}$$ و $$m_2 = \frac{m_c a_1}{a_1 + a_2}$$

با جایگزین کردن مقایر فوق در (**20-5**) نتیجه می شود :

(**5-21**)

$$Je = m_c a_1 a_2$$

بنابراین مقدار تصحیح ممان اینرسی لینک معادل برابر است با :

$$Jc - Je = m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right) \qquad (\mathbf{5-22})$$

و مقدار تصحیح گشتاور اینرسی لینک معادل (شکل **5-5**) برابر است با :

$$(Jc - Je)\alpha = m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right)\alpha \qquad (\mathbf{5-23})$$

در خلاف جهت α و $\alpha = \ddot{\phi}$ نمایانگر شتاب زاویه ای شاتون می باشد.

مقدار تصحیح کننده کوپل اینرسی که با معادله (23-5) نشان داده شده است مـی تـوان بوسـیله دو نیـروی مـوازی و مختلف الجهت که در دو انتهای شاتون اعمال می شود جایگزین نمود.

امتداد نیروهای مذکور را عمودی گرفته تا معادلات افقی تعادل را بر هم نزند کـه در نتیجـه عبـارت تقریبـی گشـتاور پیچشی میل لنگ بقوت خود باقی بماند. قدر مطلق نیروی Fc از رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$F_C\,(L\cos\phi) = m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right)\alpha$$

$$F_c = \frac{m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right)\alpha}{L\cos\phi} \tag{5-24}$$

مقدار گشتاور تصحیح کننده برابر گشتاور F_c (اعمالی به لنگ که با خط چین مشخص شده) حول نقطه O_2 اسـت ، بنابراین ،

$$M_c = -F_c.r\cos\theta$$

$$= -\frac{m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right)\alpha}{l\cos\phi}\, r\cos\phi \tag{5-25}$$

علامت منفی نشان دهنده آنست که M_c در جهت خلاف عقربه های ساعت می باشد. بنابراین گشتاور پیچشی واقعی عبارت است از :

$$M_t = M + M_c$$

در معادله (25-5) , $\alpha = \ddot{\phi}$ و از طریق زیر محاسبه می شود :

$$\cos\phi = \left(1 - \lambda^2 \sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{\lambda^2}{2}\sin^2\theta - \frac{\lambda^4}{8}\sin^4\theta - \frac{\lambda^6}{16}\sin^6\theta - \ldots$$

با دیفرانسیل گرفتن طرفین معادله نسبت بزمان و تقسیم بر $\sin\phi = \lambda\sin\theta$ داریم :

$$\dot{\phi} = \omega\left(\lambda\cos\theta + \frac{\lambda^3}{2}\sin^2\theta\cos\theta + \frac{3\lambda^5}{8}\sin^4\theta\cos\theta - \ldots\right) \tag{5-26}$$

با دیفرانسیل گرفتن مجدد نسبت بزمان نتیجه می شود.

$$\frac{\ddot{\phi}}{\lambda} = -\omega^2\left(C_1\sin\theta - C_3\sin 3\theta\cos\theta + C_5\sin 5\theta - \ldots\right)$$

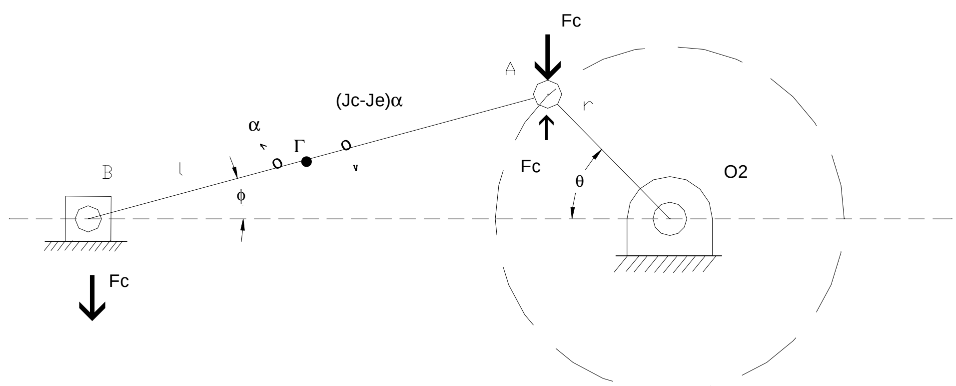
$$+\dot{\omega}\left(C_1\cos\theta - \frac{C_3}{3}\cos 3\theta + \frac{C_5}{5}\cos 5\theta - \ldots\right)$$

که از آنجا :

$$C_1 = 1 + \frac{1}{8}\lambda^2 + \frac{3}{64}\lambda^4 + \ldots$$

$$C_3 = \frac{3}{8}\lambda^2 + \frac{27}{128}\lambda^4 + \ldots$$

$$C_5 = \frac{15}{128}\lambda^4 + \ldots$$



با صرفنظر کردن ترم هایی که شامل λ^2 و توان بالاتری باشند و با فرض اینکه ω ثابت است می توان بنویسیم :

$$\alpha = \ddot{\phi} = -\omega^2 \lambda \sin\theta \qquad (5\text{-}28)$$

بنابراین معادله (5-25) بصورت زیر در خواهد آمد.

$$M_c = \frac{m_c\left(k^2 - a_1 a_2\right)}{L\cos\phi}\omega^2 \lambda r \sin\theta\cos\theta \qquad (5\text{-}29)$$

مسأله 2-5 : در مسأله (1-5) ،مرکز ثقل شاتون در فاصله **50** سانتیمتری انتهای کوچک آن می باشد و شعاع ژیراسیون آن نسبت به محوری عمود بر مرکز ثقلش **30cm** است. وزن واقعی قطعاتی که حرکت رفت و برگشتی دارنـد **90kg** و شــاتون **120kg** فرض می شود. گشتاور واقعی میل لنگ را که وضعیت مسأله (1-5) نشان داده شده حساب کنید.

حل :

$$m_c = 120\text{kg} \quad ; \quad a_1 = 50\text{cm} \quad ; \quad a_2 = 30\text{cm}$$

بنابراین :

$$m_1 = 45\text{kg} \quad ; \quad W_{rec} = 90 + 45 = 135\text{kg}$$

$$m_2 = 75\text{kg}$$

با استفاده از مسأله (1-5) داریم :

$$k = 30\text{cm}$$

$$\theta = 55^\circ \quad ; \quad \phi = 12^\circ$$

$$\cos\theta = 0.82 \quad ; \quad \cos\phi = 0.978$$

با استفاده از (28-5) :

$$\alpha = -\omega^2 \lambda \sin\theta$$

$$\alpha = -(26.2)^2 \times 0.25 \times 0.82 = -140.8 \frac{\text{rad}}{\sec^2}$$

با استفاده از (24-5)

$$M_c = -1295 \times 0.2 \times 0.978 = -252(n.m)$$

گشتاور پیچشی (تقریباً) میل لنگ $M = 7473N.M$ (با استفاده از مسأله 1-5) مــی باشـد. بنــابراین گشــتاور واقعی برابر است با :

$$M_t = (7473 - 252) = 7221N.M$$

بنابراین مشاهده می شود چنانچه از عبارت تقریبی استفاده خطای تقریب در حدود ٪2 تا ٪3 خواهد بود.

دیاگرام گشتاور پیچشی "TurningMoment Diagram"

گشتاور پیچشی M بعنوان تابعی از θ قبلاً بوسیله معادلات (5-18) و (5-19) بدست آمده اند. تغییرات M نسبت بـه θ را می توان ترسیم نمود. چنانچه فشار مؤثر بر پیستون برای هر وضعیتی مشخص باشد. مقادیر مختلف P برای هـر زاویـه θ از دیاگرام اندیکاتوری موتور را می توان تعین نمود. مثال زیر نحوه بدست آوردن این منحنی را برای یـک موتـور احتـراق داخلی چهار ضربه را توضیح می دهد.

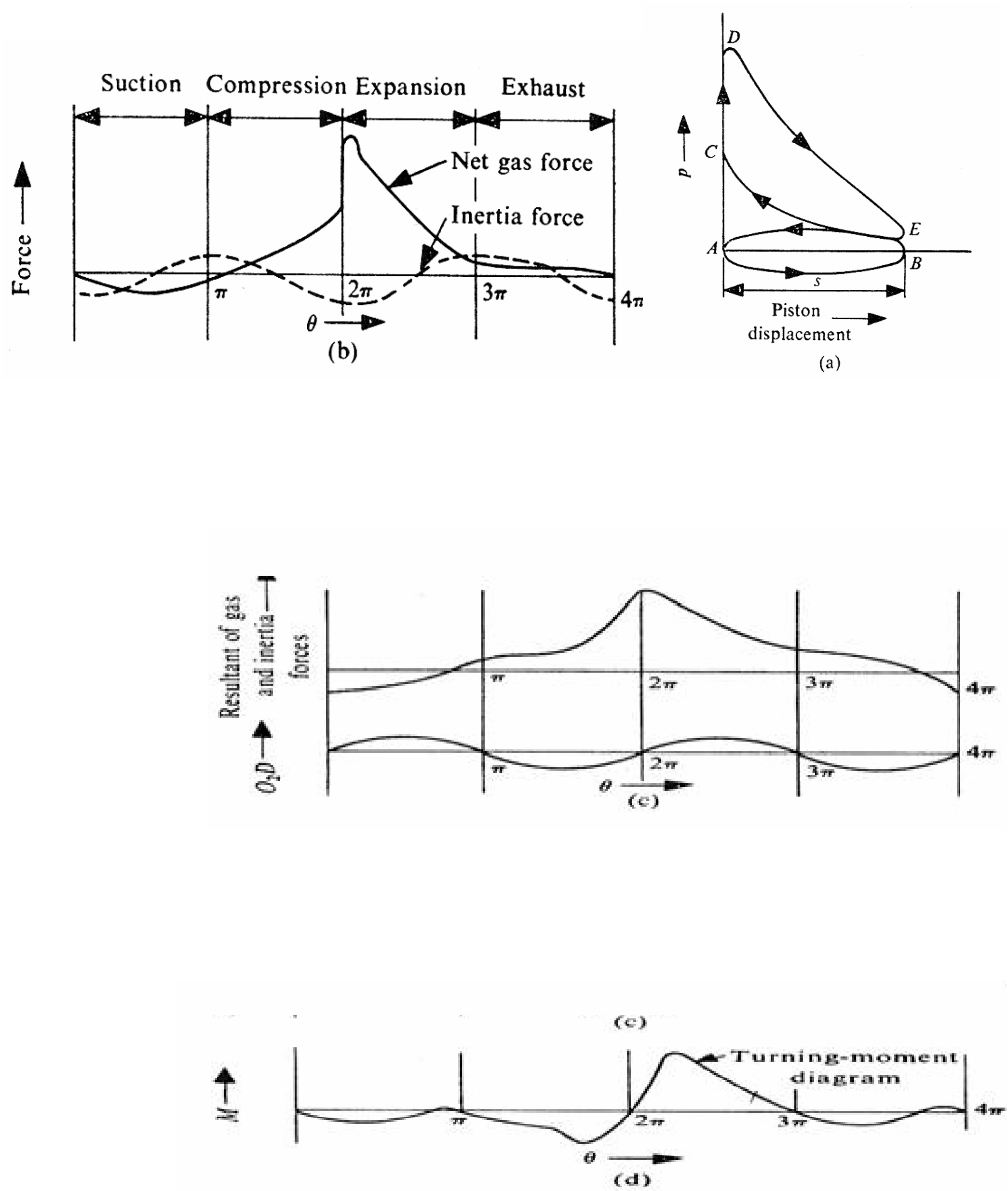


FIGURE 5.6

(شکل5-6)

دیاگرام اندیکاتوری برای موتور احتراق داخلی چهار زمانه در شکل (5-6a) مشخص شده که فشار خالص P را بر حسب تغییر مکان پیستون نشان می دهد. نیروی خالص گاز برابر با PA است. چون A ثابت است. نیرو نسبت بـه θ همـان تغییـرات p نسبت به θ خواهد بود. این در شکل (5-6b) نشان داده شده است. تغییرات نیروی اینرسی نیز در شکل (5-6b) نشان داده شده. با استفاده از معادله (5-19) و مراجعه بشکل (5-3) می بینیم که :

$$M = (\text{نیروی گاز} + \text{اینرسی}) \times O_2D$$

در شکل (5-6c) منتجه نیروی گاز و نیروی اینرسی و ابعاد O_2D برای مقادیر θ بین 0 و 4π نشـان داده شـده اسـت. حاصل ضرب این دو مقادیر یعنی گشتاور پیچشی M نسبت به θ در شکل (5-6d) ترسیم شده است. بایستی توجـه نمـود که مقدار M جاییکه یکی از این دو کمیت ها صفر باشند صفر خواهد بود. مشاهده می شود که M در زمان انبساط کلاً مثبـت بوده و در زمان تراکم کلاً منفی می باشد. در سایر دو زمان قسمتی مثبت و قسمتی منفی خواهد بود. ضمناً گشتاور پیچشی را برای یک موتور چند سیلندر می توان بوسیله جمع آثار مشخص نمود.

5-4- تغییرات سرعت میل لنگ

" Fluctuation of Crankshaft Speed"

در بیشتر موتورها ، گشتاور مقاوم M_R (که مخالف حرکت میل لنگ است) در طول یـک سـیکل ثابـت مـی مانـد در صورتیکه گشتاور محرک M تغییرات نسبتاً زیادی خواهد داشت. در نتیجه ، بجز حالت های استثنایی یعنـی $M = M_R$) یک گشتاور غیر متعادل به میل لنگ اعمال می شود که باعث کم کردن یا افزودن شتاب در طول مسیر می گردد.

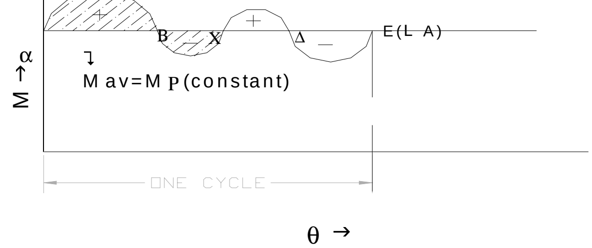
اگر شکل (5-7) نمایانگر گشتاور محرک موتوری در طول یک سیکل باشد سطح زیر نمودار گشتاور محرک محور- θ انـرژی خروجی موتور را در یک سیکل مشخص می کند. این موضوع بصورت ریاضی زیر مشخص می شود :

(5-30)

$$E = \oint M d\theta$$

بنابراین گشتاور محرک متوسط در طول این سیکل برابر است با :

$$M_{av} = \frac{E}{\Theta} = \frac{1}{\Theta}\oint M d\theta = \frac{1}{\Theta}\int_0^{\theta} M d\theta \qquad (5-31)$$



(شکل 5-7)

که از آنجا θ مقدار دوران در یک سیکل می باشد (2π برای موتور دو زمانه و 4π برای موتور چهار زمانـه). کـار نیـروی مقاوم در یک سیکل برابر است با $M_R\theta$. (چنانچه کار اخیر برابر با **E** باشد بنابراین هیچگونه نیروی ورودی به میـل لنـگ در این سیکل اعمال نمی شود). بنابراین سرعت میل لنگ در ابتدا و انتهای این سیکل برابر خواهد بود. این شرایط به حرکـت یکنواخت معروف بوده و از نظر ریاضی با عبارت زیر نشان داده می شود:

$$M_R = \frac{E}{\Theta} = M_{av}$$

چنانچه $M_R > M_{av}$ سرعت سیکل به سیکل دیگر کاهش می یابد (در حالـت توقـف) و اگـر $M_R < M_{av}$ سـرعت سیکل به سیکل دیگر افزایش می یابد (در حالت شروع حرکت).

حالت های سه گانه بالا در شکل (**5-8**) نشان داده شده است. در اینجا فرض می شـود کـه حالـت تعـادل و یکنواخـت موجود بوده و تقریباً سرعت ثابت بوده با تغییرات گشتاور محرک در یک سیکل یعنی $M_R = M_{av}$.

TIME

اکنون حالتی را بررسی می کنیم که $M_R = M_{av}$ باشد. با توجه به شکل (**5-7**) نقاط **A** ، **B** و **C** و **D** و $E(\equiv A)$ محـل تقاطع منحنی **M** و خط M_R می باشد. چون در فاصله **A** تا **B** ، $M > M_R$ ، سرعت میـل لنـگ در فاصـله ایـن پریـود افزایش خواهد یافت. آنگاه در فاصله **B** و **C** ، $M < M_R$ و سرعت کاهش خواهد یافت و در بقیه فواصـل نیـز بـه همـین ترتیب. انرژی جنبشی در نقطه **B** برابر است با :

$$E_B = E_A + \int_{\theta_A}^{\theta_B} (M - M_R) d\theta = E_A +$$ سطح هاشور خورده از **A** به **B**

بطریق مشابه :

$$E_C = E_B + \int_{\theta_B}^{\theta_C} (M - M_R) d\theta = E_B -$$ سطح هاشور خورده از **B**به **C**

و غیره .

بنابراین ، می توانیم نقاط مربوط به انرژی جنبشی ماکزیمم یا مینیمم در یک سیکل را مشخص کنیم. واضح است که این نقاط مربوط است به سرعت های ماکزیمم و مینیمم. اختلاف انرژی جنبشی بین این دو نقطه ماکزیمم تغییرات انرژی جنبشی نامیده شده و با $(\Delta k_E)_{max}$ نمایش می‌دهد. از نظر ریاضی ،

$$(\Delta k_E)_{max} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (M - M_R) d\theta \qquad (5-33)$$

بطوریکه θ_1 و θ_2 مربوط به وضعیت هایی است که سرعت ماکزیمم و مینیمم است.

ضریب تغییرات انرژی در یک سیکل بصورت زیر تعریف می شود.

$$k_e = \frac{(\Delta k_E)_{max}}{E} \qquad (5-34)$$

که مقدار **E** از رابطه (**5-30**) مشخص می شود. ضریب تغییرات سرعت بصورت زیر تعریف می شود.

$$k_s = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{av}}$$

از آنجا که ω_{av} سرعت زاویه‌ای متوسط میل لنگ می باشد وقتیکه تغییرات سرعت ناچیز باشد :

$$\omega_{av} \approx \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2}$$

5-5- فلایول (یک آنالیز تقریبی):

در بخش های قبل دیدیم که تغییرات گشتاور محرک به تغییرات سرعت میل لنگ منتهی خواهد شد. مقدار تغییرات گشتاور محرک یعنی تغییرات انرژی جنبشی میل لنگ بستگی به ماهیت دیاگرام گشتاور محرک دارد. بهرحـال ، مـاکزیمم تغییـرات مجاز سرعت فلایول برای منظوری که موتور از آن استفاده می شود تعیین می گردد. بمنظور نگهداشـتن مـاکزیمم تغییـرات سرعت در یک حد معین برای یک تغییرانرژی جنبشی مشخص ، از یک فلایولی که به میل لنگ متصل شده باشد استفاده می

گردد. فلایول باعث بالا بردن ممان اینرسی میل لنگ خواهد شد. معمولاً از انرژی جنبشی کلیه قطعاتی کـه حرکـت دورانـی دارند نسبت به فلایول از آنها صرفنظر می شود. بنابراین با استفاده از (5-35) داریم :

(5-36)

$$(\Delta kE)_{max} = \frac{1}{2} J_f \left(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2\right) = J_f \omega_{av}^2 k_s$$

بنابراین برای یک مقدار $(\Delta kE)_{max}$ و ω_{av} ،اندازه ممان اینرسی چرخ لنـگ ، (J_f) ، را بـرای اینکـه k_s در حـد معینی نگهداشته شود می توان محاسبه نمود. معادله (5-36) را بگونه ای دیگر نیز می توان پیدا کرد :

$$J_f \alpha = (M - M_R) \qquad (5\text{-}37)$$

که از آنجا :

$$\alpha = \text{شتاب زاویه ای فلایول} = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

بنابراین :

$$J_f \omega \frac{d\omega}{d\theta} = (M - M_R)$$

با انتگرال گیری در فاصله θ_1 و θ_2 داریم :

$$J_f \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \omega d\omega = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (M - M_R) d\theta$$

با استفاده از (5-33) نتیجه می شود :

$$\frac{1}{2} J_f \left(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2\right) = (\Delta kE)_{max}$$

$$J_f \omega_{av}^2 k_s = (\Delta kE)_{max}$$

فلایول بعنوان یک مخزن انرژی عمل می کند. بنابراین هنگامیکه $M > MR$ باشد انرژی فلایول افـزایش یافتـه و در فاصله ای که $M < M_R$ باشد انرژی جنبشی آن کاهش می یابد بدون اینکه سرعت موتور از حد معینی بیشتر تغییر یابد.

مسأله 5-3 : دیاگرام گشتاور محرک یک موتور چند سیلندر در شکل (5-9) نشان داده شـده اسـت مقیـاس عمـودی دیاگرام عبارت است از $1cm = 7000N - m$ کوپل ، و مقیاس افقی **1cm=30°** چرخش میل لنگ است. سطوح گشتاور محرک در بالا و پایین خط مقاوم بر حسب سانتیمتر مربع از **A** به بعد بشرح زیر است :

-0.5,+1.2,-0.95,+1.45,-0.85,+0.71,-1.06

سرعت موتور **800r.pm.** و تغییرات سرعت موتور از ٪**2** سرعت متوسط نمی بایست افزایش یابد. ممان اینرسی فلایـول را محاسبه کنید.

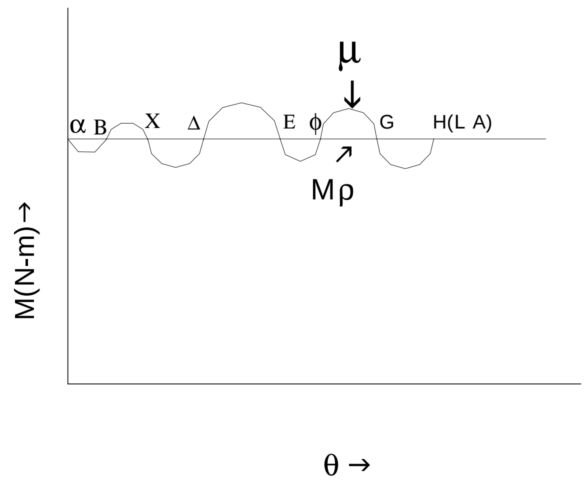


Figure 5.9

حل :

سطح $1cm^2$ از گشتاور محرک دیاگرام نمایانگر

$$700 \times \frac{\pi}{6} = 367 kg.m$$

انرژی می باشد.

A و B و C و D وEوFوGوH نقاط تقاطع M_R و گشتاور محرک می باشند. چنانچه E_A سطح انرژی در نقطه A باشد

، بنابراین :

$E_B = E_A - 0.5$ *

$E_C = E_B + 1.2 = E_A + 0.7$

$E_D = E_C - 0.95 = E_A - 0.25$

$E_E = E_D + 1.45 = E_A + 1.2$ *

$E_F = E_E - 0.85 = E_A + 0.35$

$E_G = E_F + 0.71 = E_A + 1.06$

$E_H = E_G - 1.06 = E_A$

(همانطوریکه در سیکل می باید باشد)

بنابراین مشاهده می شود که مینیمم سرعت در نقطه B بوده و ماکزیمم سرعت در نقطه E خواهد بود. بنابراین ،

E. Thus,

$$(\Delta kE)_{max} = E_E - E_B = (E_A + 1.2) - (E_A - 0.5)$$

$$= 1.7 cm^2 = 1.7 \times 367 = 624 kg - m$$

$$\omega_{av} = 800\frac{2\pi}{60} = 83.8^{\circ}/\sec$$

$$k_s = 0.02$$

با استفاده از (**5-36**) داریم :

$$J_f = \frac{(\Delta kE)_{max}}{\omega_{av}^2 k_s} = \frac{624}{(83.8)^2 \times 0.02} = 4.43kg-m-\sec^2$$

مسأله 5-4 - گشتاور اعمالی بمیل لنگ یک موتور دو زمانه از رابطه زیر تعیین می شود :

$$M = 1500 + 200\sin 2\theta - 180\cos 2\theta kg - m$$

که θ زاویه لنگ از وضعیت نقطه مرگ بالا اندازه گیری می شود. با فرض اینکه گشتاور مقاوم ثابت باشد ، معین کنید :

(i) توان موتور بر حسب اسب بخار در صورتیکه دور آن **150r.p.m** باشد.

(ii) ممان اینرسی فلایول در صورتیکه تغییرات سرعت از سرعت متوسط **150** دور در دقیقه بیش از $\pm$**5**٪ نباشد.

(iii) شتاب زاویهای فلایول را برای $\theta = 30$

(iv) ماکزیمم زاویه ای که فلایول از یک فلایول فرضی جلو یا عقب می افتد (چرخ لنگر فرضی با دور ثابت **150r.p.m** دوران می کند).

حل :

(i) مجموع زاویه دوران لنگ در فاصله یک سیکل برابر با $\theta = 2\pi$ می باشد. از (**5-31**) داریم :

$$M_{av} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} M d\theta = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(1500 + 200\sin 2\theta - 180\cos 2\theta)d\theta = 1500kg - m = M_R$$

بنابراین کار خروجی در یک دور برابر با $1500 \times 2\pi$ و زمان لازم برای یک دور $\frac{60}{50}$ ثانیه میباشد. بنابراین کار خروجی بر ثانیه برابر با :

$$1500 \times 2\pi \frac{150}{60} \text{kg} - \text{m}$$

و قدرت موتور (اسب بخار) مساویست با :

$$\frac{1500 \times 2\pi \times 150}{75 \times 60} = 314\text{hp}$$

(ii) دیاگرام گشتاور پیچشی بوسیله شکل 10-5 نشان داده شده است.

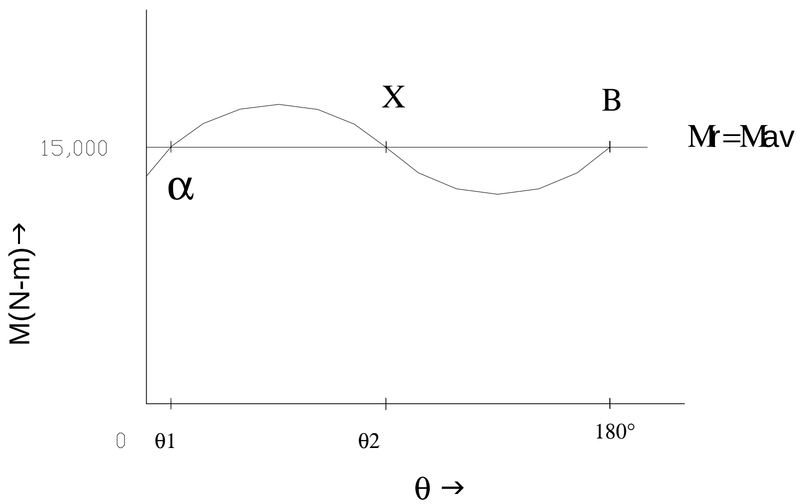


Figure 5.10

محل تقاطع M و M_R بوسیله رابطه زیر تعیین می گردد.

$$200 \sin 2\theta - 180 \cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta = 0.9$$

$$2\theta_1 = 42^\circ \quad , \quad 2\theta_2 = (180^\circ + 42^\circ)$$

$$\theta_1 = 21^\circ \quad , \quad \theta_2 = 111^\circ$$

که نتیجه می شود :

از دیاگرام مشخص است که مینیمم و ماکزیمم سرعت در طول یک سـیکل در نقـاط θ_1 و θ_2 اتفـاق خواهـد افتـاد.

بنابراین ، از معادله (33-5) نتیجه می شود.

$$(\Delta kE)_{max} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (M - M_R) d\theta$$

$$= \int_{\theta_1}^{\theta_2} (200 \sin 2\theta - 180 \cos 2\theta) d\theta$$

$$= [90 \sin 2\theta - 100 \cos 2\theta]_{\theta_1}^{\theta_2} = 269.02 \text{kg} - \text{m}$$

$$\rightarrow k_s = 0.01, \omega_{av} = 150 \frac{2\pi}{60} = 15.7 \,\text{rad/sec}$$

از معادله (**36-5**) نتیجه می شود :

$$J_f = \frac{269.02}{(15.7)^2 \times 0.01} = 109 \text{kg} - \text{m} - \text{sec}^2$$

ناگفته نماند که برای این عبارت ویژه **M** ، $(\Delta kE)_{max}$ برای یک موتور چهار زمانه نیز همین مقدار خواهد بود.

(iii) هنگامیکه $\theta = 30^\circ$ ، $M = 1500 + 173.2 - 90 = 1583.2 \text{kg} - \text{m}$ بنابراین شتاب زاویه‌ای فلایـول

از رابطه (**37-5**) محاسبه خواهد شد.

$$\alpha = \frac{M - M_R}{J_f} = \frac{83.2}{109} = 0.764 \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

(iv) معادله حرکت ارتعاش زاویه ای چرخ لنگر از (**37-5**) بفرم زیر است :

$$J_f \frac{d^2\theta}{dt^2} = M - M_R$$

$$= 200 \sin 2\theta - 180 \cos 2\theta \qquad \textbf{(a)}$$

بدون اینکه خطای قابل ملاحظه ای بوجود آید می توانیم $\theta = \omega_{av}.t$ را در سمت راست معادله **(a)** دیفرانسیل جهـت

ساده کردن آن جایگزین کنیم.

$$J_f \frac{d^2\theta}{dt^2} = 200 \sin 2(\omega_{av}.t) - 180 \cos 2(\omega_{av}.t)$$

که با عمل انتگرال گیری نتیجه می شود :

$$J_f \frac{d\theta}{dt} = -\frac{100}{\omega_{av}} \cos 2(\omega_{av}.t) - \frac{90}{\omega_{av}} \sin 2(\omega_{av}.t) + c_1$$

بنابراین :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{J_f\,\omega_{av}^2}\left[100\cos 2(\omega_{av}.t) + 90\sin\cos 2(\omega_{av}.t)\right] + c_2$$

که از آنجا :

$$c_2 = \frac{c_1}{J_f}$$

(ثابت انتگرال گیری c_1)

اما :

$\omega = \omega_{min}$ وقتی که $2\theta = 2(\omega_{av}.t) = 42^\circ$

$\omega = \omega_{max}$ وقتی که $2\theta = 2(\omega_{av}.t) = 222^\circ$

با جایگزینی مقادیر فوق در معادله (b) و جمع کردن آنها نتیجه می شود :

$$\omega_{min} + \omega_{max} = 2c_2$$

$$c_2 = \frac{\omega_{min} + \omega_{max}}{2} = \omega_{av}$$

با $c_2 = \omega_{av}$ و انتگرال گیری از معادله (b) خواهیم داشت :

$$\theta = (\omega_{av}.t) = \frac{1}{J_f\,\omega_{av}^2}\left[60\sin 2(\omega_{av} t) - 45\cos 2(\omega_{av} t)\right] + c_3$$

که c_3 ثابت انتگرال گیری بوده و با فرض $\theta = 0$ نتیجه می- شود:

$$c_3 = -\frac{45}{J_f\,\omega_{av}^2}$$

بنابراین :

$$\theta - (\omega_{av}.t) = \frac{1}{J_f\,\omega_{av}^2}\left[45\cos 2(\omega_{av} t) - 50\sin 2(\omega_{av} t)\right] - \frac{4}{J_f}$$

از آنجا :

$$\left[\theta - (\omega_{av}.t)\right]_{max} = \frac{1}{J_f\,\omega_{av}^2}\left(45^2 + 50^2\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{45}{J_f\,\omega_{av}^2} = \frac{2}{J_f\,\omega_{av}^2} \qquad \text{radian}$$

$$= 0.0474^\circ \qquad \text{leading}$$

$$\left[\theta-(\omega_{av}.t)\right]_{min} = -\frac{1}{J_f\,\omega_{av}^2}\left(45^2+50^2\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{45}{J_f\,\omega_{av}^2} = -\frac{112^\circ.3}{J_f\,\omega_{av}^2} \qquad radian$$

$$= -0.238^\circ \qquad \text{lagging}$$

بنابراین ماکزیمم زاویه‌ای که فلایول جلو و عقب می‌افتد بترتیب برابرست با 0.0474° و **-0.5-**

نقش فلایول در دستگاه پرس

"The Flywheel in a punching press"

در بخش قبلی نقش فلایول را برای کاهش دادن تغییرات سرعت یک موتور که گشتاور محرک آن متغیـر و بـار وارد بـر موتور ثابت فرض شده بود بررسی گردید. همینطور هنگامیکه نیروی اعمالی به موتور ثابت باشـد و بـار موتـور متغیـر باشـد بمنظور منظم تر کردن سرعت موتور از چرخ لنگر استفاده می شود. این حالت برای مثال ، در ماشین پرس موجود خواهد بود.

شکل **5-11** شماتیک یک دستگاه پرس را نشان می دهد. ابزار پاسخ در حکم قطعه لغزنده مکانیزم لنگ و لغزنده است. بازوی لنگ بوسیله یک موتور با سرعت و گشتاور تقریباً ثابت دوران می کند. در شکل **5-11** دیده می شود که بـار فقـط در فاصله $\theta=\theta_1$ تا $\theta=\theta_2$ ، هنگامی که عمل پانچ کردن صورت می گیرد وجود دارد و در بقیه سیکل عملاً نیروی بار صفر اسـت. چنانچـه از فلایـول استفاده نشود سرعت فلایول در فاصله $\theta=\theta_2$ تا $\theta=2\pi(=0)$ بطـور قابل ملاحظه ای افزایش می یابـد ، و از $\theta=0$ تـا $\theta=\theta_1$ نیزای‌نگونـه است. همینطور در فاصله $\theta=\theta_1$ تا $\theta=\theta_2$ بخاطر وجـود بـار بـیش از انرژی تولید در مقابل موتور سرعت آن بطور قابل ملاحظه ای کاهش خواهـد یافت. انرژی اضافی موجود در یک سیکل در فلایول ذخیره گشـته و کمبـود در مرحله دیگر بوسیله فلایول تأمین می گردد تـا اینکـه تغییـرات سـرعت موتور در حد معین و قابل قبولی باقی بماند. این عمـل بـا انتخـاب فلایـولی مناسب (ممان اینرسی صورت می پذیرد.)

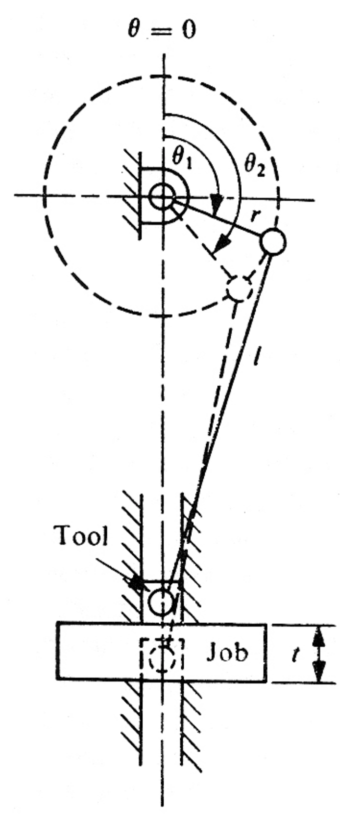


FIGURE 5.11

چنانچه **E** انرژی لازم برای یک پانچ باشد که بوسیله اندازه سوراخ پانچ ، ضخامت و خواص جسم مشخص می شـود. بـرای کـار یکنواخـت (یعنـی سرعت تقریباً ثابت بماند) انرژی اعمالی به میل لنـگ در یـک دور بایسـتی

برابر با E باشد (تنها یک پانچ در یک دور).

انرژی اعمالی بمیل لنگ در زمان پاسخ تقریباً برابر است با :

$$E\frac{\theta_2-\theta_1}{2\pi}$$

چنانچه لنگ با سرعت ثابت دوران کند ،که تقریباً بخاطر فلایول نیز همینطور است. بقیه انرژی لازم برای پانچ کــه برابــر است با :

$$E\left(1-\frac{\theta_2-\theta_1}{2\pi}\right)$$

بوسیله فلایول تأمین می شود که با کاهش انرژی جنبشی آن زمانیکه سرعت آن از ω_{max} به ω_{min} کاهش می یابـد صورت می گیرد.

$$(\Delta kE)_{max}=E\left(1-\frac{\theta_2-\theta_1}{2\pi}\right)=\frac{1}{2}J_f\left(\omega_{max}^2-\omega_{min}^2\right)=J_f\,\omega_{av}^2 k_s$$

که همان معادله 36-5 است.

مقادیر θ_1 و θ_2 را می توان محاسبه نمود چنانچه شعاع لنگ r ، طول شاتون l ، و وضعیت قطعه نســبت محــور میــل لنگ و ضخامت قطعه مشخص باشد. در صورت نداشتن اطلاعات فوق با فرض ثابت بودن سرعت ابزار پانچ داریم.

$$\frac{\theta_2-\theta_1}{2\pi}\approx\frac{t}{25}=\frac{t}{4r}$$

که پارامتر s کورس دستگاه پانچ می باشد.

مسأله 5-5- جهت پانچ کردن سوراخی بقطر 3.8cm در صفحه به ضــخامت 3.2cm مقــدار 60kg-m کــار بــرای یــک سانتیمتر مربع از سطح برش لازم است. کورس دستگاه پانچ 10.2cm و در هر دقیقه 6 پانچ صورت می گیرد. ماکزیمم سرعت فلایول در فاصله شعاع ژیراسیون آن $27.5\frac{m}{sec}$ است. وزن فلایول را بگونه ای محاسبه کنید که سرعت فلایــول در همــان نقطه از $24.5\ \frac{m}{sec}$ کمتر نگردد.

همینطور توان موتور محرکه ماشین را بر حسب اسب بخار حساب کنید.

حل :

سطح برش جهت یک پانچ $A_s=\pi dt$

که از آنجا :

d= قطر سوراخ = **3.8cm**

t= ضخامت قطعه = **3.2cm**

که نتیجه می شود $A_s = 38.2cm^2$. همچنین انرژی لازم برای یک پانچ برابر است با :

$$E = 60 \times 38.2 = 2292 kg - m$$

با استفاده از (**5-38**)

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{2\pi} = \frac{t}{2s} = \frac{3.2}{20.4}$$

معادله (**5-37**) می شود :

$$(\Delta kE)_{max} = E\left(1 - \frac{t}{25}\right) = \frac{1}{2} J_f \left(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2\right)$$

$$2292\left(1 - \frac{3.2}{20.4}\right) = \frac{1}{2} W_f k^2 \left(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2\right)$$

جائیکه **k** شعاع ژیراسیون فلایول بوده و ω_f وزن آن می باشد. همچنین :

$$V_{max} = k\omega_{max} = 27.5 \frac{m}{sec}$$

$$V_{min} = k\omega_{min} = 24.5 \frac{m}{sec}$$

نتیجه می شود :

$$2292 \times \frac{17.2}{20.4} = \frac{1}{2} W_f \left[(27.5)^2 - (24.5)^2\right]$$

$$= \frac{1}{2} W_f \times 158$$

$$W_f = \frac{2292 \times 34.4}{20.8 \times 158} = 244 kg$$

انرژی لازم در یک دقیقه $6 \times 2292 kg - m$

بنابراین :

توان موتور $= \frac{6 \times 2292}{75 \times 60} = 3.06 hp(metric) = 2.292(KW)$